*La Tontine*, M. Lelart. Ed. AUPELF-UREF. John Libbey Eurotext. Paris © 1990, pp. 245-266.

# 10

# Réflexions sur les mécanismes financiers des systèmes tontiniers

Nathalie MOURGUES

*Institut Orléanais de Finance, Université d'Orléans, BP 6739, 45067 Orléans Cedex 02, France*

## Introduction

La tontine est un système de prêt et/ou d'emprunt, informel s'il en est, qui présente des caractéristiques financières étonnantes, du moins si l'on applique la logique financière qui gouverne le fonctionnement des économies industrialisées.

La première caractéristique que l'on observe, et ce dans certaines formes courantes de tontines, c'est l'absence d'intérêts payés par l'emprunteur et par conséquent d'intérêts reçus par le prêteur. Cette première caractéristique se remarque, semble-t-il, dans ce qu'il convient d'appeler les tontines mutuelles ou tournantes selon la différentiation retenue par M. Lelart[1]. La deuxième caractéristique est relative, elle, aux tontines dites financières, toujours selon la distinction du même auteur. Dans cette deuxième forme de tontine en effet,

le service de « prêt de monnaie » paraît être rémunéré, contrairement à la tontine mutuelle, mais les taux d'intérêt, de prêt et d'emprunt, ne sont pas explicités.

L'objet de cet article est d'analyser la situation financière des participants à une tontine et de répondre à la double question que l'on peut se poser lorsqu'on envisage la tontine selon les règles financières courantes qui règlent la circulation des flux financiers entre les agents. En premier lieu, à supposer que les agents ont une préférence pour le présent, existe-t-il des conditions, et quelles sont-elles, qui permettent au système tontinier d'être équitable, économiquement parlant, pour les participants, et d'être équilibré ? En second lieu, et cette question concerne les tontines financières, est-il possible d'expliciter les taux d'intérêt implicitement contenus dans le paiement des enchères que doivent proposer les participants pour avoir le droit de lever la tontine à une date donnée ?

On traitera, d'abord, de la première question à travers l'analyse du fonctionnement de la tontine mutuelle. On examinera, ensuite, le problème de la détermination des taux d'intérêt selon deux des approches analytiques possibles.

## De l'évaluation de la position financière des agents dans la tontine mutuelle

Après avoir formalisé le fonctionnement de la tontine mutuelle, nous serons à même d'analyser les conditions qui assurent aux agents une position financière économiquement équitable et qui garantissent l'équilibre du système.

(1) « L'épargne informelle en Afrique. Essai de typologie des tontines », les Cinquièmes Journées internationales d'économie monétaire et bancaire du GRECO Monnaie et Financement, Clermont-Ferrand, 9-10 juin 1988.

## Formalisation du fonctionnement de la tontine mutuelle

Selon M. Lelart [2], la tontine mutuelle se fonde sur des relations personnelles qui unissent les participants; sa vocation est avant tout sociale.

Quatre principes permettent de la définir :

(1) Elle est un circuit fermé de financement, circuit de prêts et d'emprunts dans lequel il n'y a pas création de nouveaux moyens de paiement : elle est donc un financement par mobilisation de l'épargne.

(2) Dans ce circuit de financement, le stock initial de fonds est nul, de même que le stock final. Comme par ailleurs il n'y a pas création de monnaie, tous les flux de sorties de fonds doivent être alimentés par des flux d'entrées.

(3) La somme mise en jeu est la troisième caractéristique de base : le montant de la tontine dépend de deux paramètres :

- le nombre de participants,
- la mise de chacun des participants.

(4) La durée de la tontine : elle oscille entre un nombre minimum de périodes qui est égal au nombre de participants et un nombre maximum correspondant à un multiple de ce minimum selon le nombre de renouvellements.

Afin d'en analyser le fonctionnement, considérons une tontine avec :

- $n$ — le nombre de participants.
- $a$ — la somme déposée par chacun des participants à chaque période.
- O, 1, 2..., $t$..., T — les périodes correspondant aux n levées de la tontine par les n participants.
- $1^{er}$, $2^{e}$,... $j^{e}$,..., $n^{e}$ — les individus classés et désignés selon l'ordre de levée de la tontine.
- $A_1$, $A_2$,..., $A_j$,..., $A_n$ — le montant des levées.

| Périodes | 0 | 1 | 2 | $t$ | T |
|---|---|---|---|---|---|
| Levée de la tontine par : | $1^{er}$ | $2^{e}$ | $3^{e}$ | $j^{e}$ | $n^{e}$ |
| Montant levé : | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_j$ | $A_n$ |

(2) *Op. cit.* juin 1988. Cf. également du même auteur :

— « Les informalités financières : le phénomène tontinier », Actes du colloque « Pratiques informelles comparées : les fondements de la non-légalité », Nouakchott, 8-10 décembre 1988.

— « Finance informelle et comptes nationaux dans les pays en voie de développement », Actes du Troisième Colloque de Comptabilité nationale de l'Association de comptabilité nationale, Paris, 12-14 décembre 1988.

Le montant de la tontine, qui correspond aussi au montant de chacune des levée, est :

$$A_j = a(n-1)$$

avec $A_1 = A_2 = A_j = A_n$.

Soit, par ailleurs, $S_1$, $S_2$,... $S_j$,... $S_n$ le résultat net de l'opération pour chacun des participants.

Les échéanciers des participants s'établissent, en conséquence, comme indiqué dans le tableau ci-après *(Tableau I)* :

**Tableau I.** Echéanciers des n participants.

| Périodes | Participants | | | | | Total ligne |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1er | 2e | 3e | $j^e$ | $n^e$ | |
| 0 | $+a(n-1)$ | $-a$ | $-a$ | $-a$ | $-a$ | 0 |
| 1 | $-a$ | $+a(n-1)$ | $-a$ | $-a$ | $-a$ | 0 |
| 2 | $-a$ | $-a$ | $+a(n-1)$ | $-a$ | $-a$ | 0 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $t$ | $-a$ | $-a$ | $-a$ | $+a(n-1)$ | $-a$ | 0 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| T | $-a$ | $-a$ | $-a$ | $-a$ | $+a(n-1)$ | 0 |
| Résultat net | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_j$ | $S_n$ | – |

Pour que $S_1 = S_2 = S_j = S_n = 0$, il apparaît, à l'évidence, que les agents doivent avoir un taux de prêt ou d'emprunt égal à zéro.

A cette étape du raisonnement une conclusion s'impose : *apparemment* la variable temps est exclue dans le système tontinier et la préférence pour le présent n'est l'objet d'aucune rémunération. En conséquence de deux choses l'une. Ou bien les agents n'ont pas effectivement une préférence pour le présent et le système apparaît juste économiquement parlant. Ou bien les agents ont une préférence pour le présent, et dans cette deuxième hypothèse, plus vraisemblable, on peut démontrer qu'il y a alors des individus qui tirent un gain net de l'opération tandis que d'autres enregistrent une perte nette.

C'est la démonstration de ce phénomène, qu'il convient maintenant de développer. Après quoi nous serons à même de rechercher les conditions qui permettent à chaque participant d'obtenir une position neutre, c'est-à-dire sans gain, ni perte, et cela malgré l'hypothèse de comportement selon laquelle les individus ont une préférence pour la consommation présente.

## Les conditions d'équilibre dans la tontine

Supposons qu'il existe une préférence pour le présent et que cette préférence soit identique pour tous les participants. Soit par ailleurs, $VA_{S1}$, $VA_{S2}$,... $VA_{Sj}$,... $VA_{Sn}$ les valeurs actualisées des résultats nets pour chacun des agents 1, 2,... j,..., n et $i$ le taux d'intérêt commun à tous les agents.

Il advient :

$$VA_{S1} = + a(n-1) - a(1+i)^{-1} - a(1+i)^{-2} - \dots - a(1+i)^{-n+1}$$
$$VA_{S2} = - a + a(n-1)(1+i)^{-1} - a(1+i)^{-2} - \dots - a(1+i)^{n+1}$$
$$VA_{Sj} = - a - a(1+i)^{-1} - \dots + a(n-1)(1+i)^{-t+1} - \dots - a(1+i)^{-n+1}$$
$$VA_{Sn} = - a - a(1+i)^{-1} - \dots + a(1-i)^{-t+1} - \dots - a(n-1)(1+i)^{-nt+1}$$

Pour déterminer les valeurs de $VA_{Sj}$, il faut distinguer deux cas de figure selon que $n$ est un nombre impair ou un nombre pair.

### *Premier cas : n est un nombre impair*

Posons : $n = 2m + 1$ avec $n = 1, 2 \dots m, (m+1) \dots 2m, 2m, (2m+1)$.

Il advient :

- pour les individus de 1 à $m$ la valeur actualisée du résultat net est supérieure à zéro :
  $VA_{Sj} > 0$ pour $j = 1, 2 \dots m$,
- pour le $(m+1)^{\text{ième}}$ individu la valeur actuelle du résultat net est égale à zéro :
  $VA_{Sj} = 0$ pour $j = (m+1)$,
- pour les $(m+2)$ au $(2m+1)^{\text{ième}}$ individu la valeur actuelle est inférieure à zéro :
  $VA_{Sj} < 0$ pour $j = (m+2), \dots (2m+1)$.

Ainsi, il apparaît qu'en valeur actualisée les résultats nets de l'opération se modifient en fonction de l'ordre dans l'échelle de la levée de la tontine : dans le premier groupe les membres sont plus emprunteurs que prêteurs, comme le taux d'intérêt effectif est nul leur résultat net est positif; dans le deuxième groupe c'est l'inverse que l'on observe : le résultat net de l'opération devient négatif car les individus sont plus prêteurs qu'emprunteurs sans

pour autant recevoir de contrepartie; quant à l'individu qui se trouve dans la position médiane il équilibre ses prêts et ses emprunts et son opération présente un résultat net égal à zéro.

***Deuxième cas : n est un nombre pair***

Soit $n = 2m$. Dans ce cas les valeurs actualisées des résultats sont positives du 1$^{er}$ au $m^{ième}$ individu, et négatives du $(m+1)$ au $(2m)^{ième}$ individu.

Ces résultats montrent que de deux choses l'une. Soit les agents n'ont pas une préférence pour le présent, ce qui serait pour le moins surprenant, et dans cette hypothèse le prix nul du temps qu'implique l'absence d'intérêts versés et/ou reçus s'explique. Soit il existe une préférence pour le présent et dans cette deuxième hypothèse de comportement les participants peuvent réaliser des gains ou des pertes nets selon leur ordre dans la levée de la tontine. Ce résultat dans cette deuxième hypothèse ne tient cependant pas compte du fait qu'il peut y avoir renouvellement de la tontine et qu'à l'occasion de chacun de ces renouvellements une rotation dans l'ordre des levées peut être instaurée entre les participants.

En effet, le renouvellement de la tontine et la modification de l'ordre des levées peuvent permettre d'assurer une compensation, à terme, entre l'ensemble des gains et l'ensemble des pertes réalisés par chaque participant. La question devient alors : quel est le nombre de renouvellements qui permet de réaliser cette compensation ? Ce nombre doit être égal au nombre de participants. Par ailleurs, à chacun de ces renouvellements, la place dans l'ordre des levées pour chacun des participants doit se modifier : elle doit être décalée d'un rang de manière à ce que progressivement d'emprunteurs nets les individus deviennent prêteurs nets et vice versa, que les prêteurs nets deviennent emprunteurs nets. Cela dit, il convient de souligner que cette compensation n'est totale que tout autant que les individus accordent le même prix à la valeur temps et que ce prix reste lui-même constant dans le temps. C'est, donc, sous tout un ensemble de conditions que la tontine mutuelle peut fonctionner économiquement, et ce, tout en retenant l'hypothèse la plus réaliste que les individus ont une préférence pour la consommation présente sur la consommation future.

Concrètement, on sait que les tontines mutuelles sont le plus souvent renouvelées et que le rang des individus dans l'ordre des levées change. Cette pratique respecte donc les conditions de base qui assurent une certaine équité entre les agents et qui permettent d'obtenir un système équilibré car acceptable pour tous les participants. Par ailleurs, elle permet de justifier l'hypo-

thèse d'une préférence pour la consommation présente en dépit de l'absence d'intérêts créditeurs et débiteurs, absence qui pourrait conduire apparemment à retenir l'hypothèse inverse.

## De la détermination des taux d'intérêt dans la tontine financière

La principale interrogation posée par la tontine financière porte sur la détermination des taux d'intérêt auxquels les participants prêtent ou empruntent. Le problème est complexe, il peut être l'objet de différentes approches dont deux sont envisagées ci-après.

Pour ce faire on va considérer l'exemple de la tontine chinoise telle qu'elle a été décrite et analysée par T. Pairault[3]. On décrira d'abord l'exemple. On fera, ensuite, une analyse critique de l'approche fort instructive proposée par T. Pairault. Après quoi la deuxième approche sera développée[4].

On remarquera que les principes, notés ci-dessus pour définir la tontine mutuelle, se retrouvent dans le système de la tontine financière. Mais la tontine financière se caractérise, par ailleurs, par la présence d'un organisateur et, surtout, l'existence d'une enchère périodique qui permet au participant le plus offrant de lever à son tour la tontine. L'organisateur a l'initiative de l'opération sans qu'il ait à payer de droit.

### Exemple de tontine financière

Soit les données suivantes d'une tontine financière

- $n$ = nombre de participants ($n = 5$). Au total, il y a 6 individus si on compte l'organisateur.
- B = le montant du prêt accordé, à la période de base, par chacun des participants à l'organisation. (B = 5 000).

(3) « Notes sur les tontines chinoises », communications aux Journées de l'Université coopérative internationale. 27-29 mai 1986, à l'université d'Orléans sur le thème « Régimes tontiniers et financements de micro-projets ». Cf. également « un exemple parisien de tontine chinoise ». *supra.*

(4) Nous avons développé cette deuxième approche dans un article publié en 1985 : N. Mourgues, « Les tontines. Analyse des mécanismes financiers », IOF, Université d'Orléans.

- A = l'apport périodique de chaque participant à l'individu qui lève la tontine. Ce montant est fixé *a priori*. (A = 500).
- $a_j$ = le montant de l'enchère proposée par le participant $j$, au cours de la période $t$, pour acquérir le droit de lever la tontine. ($a_1 = 150$, $a_2 = 120$, $a_3 = 100$, $a_4 = 50$, $a_5 = 0$)
- $j$ = 1, 2, ..., $n$ pour désigner l'un des participants selon son rang dans l'ordre des levées de la tontine.
- $t$ = 0, 1, 2, ..., $n$ = périodes correspondant aux mouvements de capitaux.
  $t = 0$ : période de base, date de levée par l'organisateur.
  $t = 1, 2, ..., n$, : périodes de levée par les $n$ participants.
- $A_j = (A - a_j)$ = le montant effectivement versé par les participants prêteurs au participant emprunteur, $j$, qui lève la tontine à la période $t$.
  On considère ici que l'enchère proposée par celui qui lève la tontine vient en déduction de l'apport que doit verser, *a priori*, chaque participant. La somme en définitive prêtée est donc égale à l'apport prévu *a priori* diminué de l'enchère. C'est la formule « intérêts déduits des versements » (cf. T. Pairault, 1986).
- $R_j$ = remboursements, à la période $t$, reçus par le participant $j$. Ces remboursements viennent en contrepartie des prêts accordés par $j$.
  $R_j = B + A(t-1)$.
- $E_j$ = le montant de l'emprunt contracté par $j$ à la période $t$, période de levée de la tontine.
  $E_j = (A - a_j)(n-j) = A_j(n-j)$.
- $S_j$ = la somme levée par le participant $j$ à la période $t$.
  $R_j + E_j = S_j$.
  $B + A(t-1) + (A - a_j)(n-j) = S_j$.
- $S_0$ = le montant levé par l'organisateur à la période de base $n.B = S_0$.
- $i$ = le taux d'intérêt à déterminer. Ce taux peut être un taux de prêt ou un taux d'emprunt selon la position examinée.

Les différents tableaux ci-après permettent de décrire les positions des agents et cela selon les deux démarches d'analyse que nous allons d'abord

présenter et que nous développerons, ensuite, afin d'étudier la détermination des taux.

***Première approche*** *(Tableaux II à V)*

Dans une première approche, qui est celle retenue par T. Pairault, nous allons considérer que les individus sont d'abord prêteurs et qu'ils deviennent, ensuite, emprunteurs.

Les *Tableaux II et III* décrivent respectivement les positions créditrices des agents et les positions débitrices.

**Tableau II.** Montants des prêts accordés par les participants et remboursements reçus en contrepartie (en encadré, les remboursements).

| Périodes | 0 | 1 | 2 | $t$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Organisateur | — | | | | |
| Participant n° 1 | B | $R_1 = B$ | | | |
| Participant n° 2 | B | $A_1 = A - a_1$ | $R_2 = B + A(2-1)$ | | |
| Participant n° $j$ | B | $A_1$ | $A_2 = A - a_2$ | $R_j = B + A(t-1)$ | |
| Participant n° $n$ | B | $A_1$ | $A_2$ | $A_j = A - a_j$ | $R_n = B + A(n-1)$ |

A partir du *Tableau II* on remarque que les prêts accordés par les agents sont attribués en continu sur plusieurs périodes, tandis que le remboursement de l'ensemble des prêts est réalisé de façon ponctuelle. Ainsi l'individu $j$ prête-t-il sur l'ensemble des périodes de 0 à $(t-1)$, tandis qu'il est remboursé de l'ensemble des prêts effectués au cours de la période $t$.

En revanche, comme le montre le *Tableau III*, les emprunts réalisés sont effectués de manière ponctuelle, tandis que les remboursements correspondants s'échelonnent en continu sur plusieurs périodes.

**Tableau III.** Montants des emprunts contractés par l'organisateur et les participants et remboursements correspondants (en encadré, les emprunts).

| Périodes | 0 | 1 | 2 | $t$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Organisateur | $E_0 = n.B$ | B | B | B | B |
| Participant n° 1 | | $E_1 = (A\text{-}a_1)(n-1)$ $= A_1(n-1)$ | A | A | A |
| Participant n° 2 | | | $E_2 = (A - a_2)(n\text{-}2)$ $= A_2(n\text{-}2)$ | A | A |
| Participant n° $j$ | | | | $E_j = (A - a_j)(n\text{-}j)$ $= A_j(n\text{-}j)$ | A |
| Participant n° $n$ | | | | | $E_n = (A - a_n)(n\text{-}n)$ $= 0$ |

**Tableau IV.** Montant des prêts accordés et remboursements correspondants (en encadré). Exemple chiffré.

| Périodes | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Organisateur | — | | | | | |
| Participant n° 1 | 5 000 | 5 000 | | | | |
| Participant n° 2 | 5 000 | 500 − 150 = 350 | 5 000 + 500 x 1 | | | |
| Participant n° 3 | 5 000 | 350 | 500 − 120 = 380 | 5 000 + 500 x 2 | | |
| Participant n° 4 | 5 000 | 350 | 380 | 500 − 100 = 400 | 5 000 + 500 x 3 | |
| Participant n° 5 | 5 000 | 350 | 380 | 400 | 500 − 50 = 450 | 5 000 + 500 x 4 |

**Tableau V.** Emprunts contractés par les agents et remboursements correspondants (en encadré le montant des emprunts). Exemple chiffré.

| Périodes | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Organisateur | 5 000 x 5 | 5 000 | 5 000 | 5 000 | 5 000 | 5 000 |
| Participant n° 1 | | (500-150)4 | 500 | 500 | 500 | 500 |
| Participant n° 2 | | | (500-120) 3 | 500 | 500 | 500 |
| Participant n° 3 | | | | (500-100) 2 | 500 | 500 |
| Participant n° 4 | | | | | (500-50) 1 | 500 |
| Participant n° 5 | | | | | | 0 |

Par ailleurs, la position de chaque participant est, d'abord, une position créditrice. Ensuite, à la levée de la tontine, cette position devient débitrice. De plus on remarque deux cas particuliers : celui de l'organisateur, d'abord, dont la position est dès la période de base débitrice et celui du participant qui lève le dernier la tontine et dont la situation ne présente, par conséquent, qu'une seule position qui est une position créditrice.

Les *Tableaux IV et V* donnent respectivement les positions créditrices et débitrices des agents pour l'exemple chiffré.

### *Deuxième approche (Tableaux VI et VII)*

Dans la deuxième approche, nous considérons que la position débitrice des individus ne peut être dissociée de la posiiton créditrice préalablement acquise par chacun des agents.

La position qui peut être évaluée est, par conséquent, une position globale, correspondant à l'ensemble des flux financiers attendus pendant toute la durée de fonctionnement de la tontine et considérée soit à la période de base, soit à la période finale.

**Tableau VI.** Echéancier des flux financiers de l'organisateur et des participants (*).

| Périodes | 0 | 1 | 2 | $t$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Organisateur | $S_0 = n.B$ $= E_0$ | (B) | (B) | (B) | (B) |
| Participant n° 1 | (B) | $S_1 = R_1 + E_1$ $R_1 = B + A(1\text{-}1)$ $E_1 = (A\text{-}a_1)(n\text{-}1)$ | (A) | (A) | (A) |
| Participant n° 2 | (B) | $(A_1 = (A - a_1))$ | $S_2 = R_2 + E_2$ $R_2 = B + A(2\text{-}1)$ $E_2 = (A\text{-}a_2)(n\text{-}2)$ | (A) | (A) |
| Participant n° $j$ | (B) | $(A_1)$ | $(A_2 = (A - a_2))$ | $S_j = R_j = E_j$ $R_j = B + A(t\text{-}1)$ $R_j = (A - aj)(n - j)$ | (A) |
| Participant n° $n$ | (B) | $(A_1)$ | $(A_2)$ | $(A_j = (A - a_j))$ | $S_n = R_n + E_n$ $R_n = B + A(n - 1)$ $E_n = 0$ |
| Total | $S_0\text{-}nB$ $= 0$ | $S_1 - [B + A(n\text{-}1)]$ $= 0$ | $S_2 - [B + A_2(n\text{-}2)]$ $= 0$ | $S_j - [B + A_j(n\text{-}j)]$ $= 0$ | $S_n - [B + A(n\text{-}1)]$ $= 0$ |

* En encadré les flux financiers entrants pour chacun des participants au cours de l'une des périodes. Entre parenthèses les flux financiers sortants pour chacun des participants au cours des différentes périodes.

## Première approche de détermination des taux

Dans cette première approche, nous venons de le voir, on distingue la position débitrice d'un agent de la position créditrice préalablement acquise. Cette démarche suppose que la possibilité d'emprunter de l'agent est indépendante de sa capacité préalable à prêter. Il s'agit là d'un postulat lourd de conséquences et sur lequel nous reviendrons après avoir présenté les résultats obtenus quant à la détermination du taux de prêt et du taux d'emprunt de l'agent.

**Tableau VII.** Echéancier des flux financiers, entrants et sortants, de l'organisateur et des participants (*). Exemple chiffré.

| Périodes | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Organisateur | 5 000 x 5 = 25 000 | (5 000) | (5 000) | (5 000) | (5 000) | (5 000) |
| Participant n° 1 | (5 000) | 5 000) +(500-150)4 | (500) | (500) | (500) | (500) |
| Participant n° 2 | (5 000) | (500-150 =350) | 5 000 +500 +(500-120)3 | (500) | (500) | (500) |
| Participant n° 3 | (5 000) | (350) | (500-120 =380) | 5 000 +(500 x 2) +(500-100)2 | (500) | (500) |
| Participant n° 4 | (5 000) | (350) | (380) | (500-100 =400) | 5 000 +(500 x 3) +(500-50)1 | (500) |
| Participant n° 5 | (5 000) | (350) | (380) | (400) | (500-50 =450) | 5 000 +(500 x 4) |
| Total | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

* En encadré les flux financiers entrants.
Entre parenthèses les flux sortants.

Donc, comme on considère que les agents acquièrent, d'abord, une position créditrice, puis, ensuite, une position débitrice, on peut envisager de calculer pour chaque individu un taux créditeur et un taux débiteur.

### *Calcul des taux créditeurs*

Le taux créditeur d'un agent est le taux tel que la somme des montants prêtés capitalisés à ce taux, jusqu'à la date de remboursement, soit égale au

montant des fonds reçus en contrepartie par le participant à la date de remboursement (date qui correspond à la période choisie par le participant pour lever la tontine). Ainsi le taux créditeur du participant $j$ est le taux $i$ tel que :

$$B(1+i_j)^t + \sum_{j=1}^{t-1}(A - a_j)(1 + i_j)^{t-j} = B + A(t-1).$$

$i_j$ est la solution de l'équation :

$$B(1+i_j)^t + \sum_{j=1}^{t-1}(A - a_j)(1 + i_j)^{t-j} - B - A(t-1) = 0.$$

avec : $i_j = 0$ si $t = 1$,
$i_j > 0$ si $t > 1$.

Dans l'exemple chiffré les valeurs du taux $i$ créditeur des différents individus 1, 2,... résultent des solutions aux 5 équations suivantes :

(1) $0 = 5\,000\,(1 + i_1) - 5\,000$
(2) $0 = 5\,000\,(1 + i_2)^2 + 350\,(1 + i_2)^1 - 5\,000 - 500$
(3) $0 = 5\,000\,(1 + i_3)^3 + 350\,(1 + i_3)^2 + 380\,(1 + i_3)^1 - 5\,000 - (500 \times 2)$
(4) $0 = 5\,000\,(1 + i_4)^4 + 350\,(1 + i_4)^3 + 380\,(1 + i_4)^2 + 400\,(1 + i_4)^1 - 5\,000 - (500 \times 3)$
(5) $0 = 5\,000\,(1 + i_5)^5 + 350\,(1 + i_5)^4 + 380\,(1 + i_5)^3 + 400\,(1 + i_5)^2 + 450\,(1 + i_5)^1 - 5\,000 - (500 \times 4)$

La valeur de $i$ dépend de la valeur des enchères : une augmentation de ces dernières accroît la valeur de $i$ et vice versa. Mais on remarque que $i$ ne peut qu'être relativement faible puisque le prêt principal fait à l'organisateur n'est l'objet d'aucune rémunération.

***Calcul des taux débiteurs***

Pour déterminer le taux emprunteur d'un agent il faut considérer que la somme nette reçue par l'agent, du fait de l'emprunt, est équivalente à la valeur actualisée, au jour de l'emprunt, de l'ensemble des décaissements qui sont réalisés en contrepartie. Là encore la démarche s'inscrit dans la logique financière qui résulte du traitement indépendant de l'emprunt par rapport au prêt.

Ainsi le taux débiteur du participant $j$ est le taux $i$ tel que :

$$(n-t)(A - a_t) = \sum_{t=i}^{n} A(1 + i_j)^{-n+t}$$

ou encore :

$$(n-t)(A - a_t) = \frac{A}{i_j}[1 - (1 + i_j)^{-n+t}].$$

$i$ est la solution de l'équation :

$$0 = (n-t)(A - a_t) - \frac{A}{i_j}[1 - (1 + i_j)^{-n+t}]$$

avec $i_j = 0$ si $t = n$..

Dans l'exemple chiffré les valeurs du taux débiteur pour les différents individus 1, 2,... correspondent aux solutions des 5 équations suivantes :

$$(1)\ 0 = 350.4 - \frac{500}{i_1}[1 - (1 + i_1)^{-4}],$$

$$(2)\ 0 = 380.3 - \frac{500}{i_2}[1 - (1 + i_2)^{-3}],$$

$$(3)\ 0 = 400.2 - \frac{500}{i_3}[1 - (1 + i_3)^{-2}],$$

$$(4)\ 0 = 450.1 - \frac{500}{i_4}[1 - (1 + i_4)^{-1}],$$

(5) $0 = 0$.

Quant à l'organisateur, il bénéficie, pour sa part, d'un taux d'emprunt nul.

Le tableau ci-après récapitule les résultats relatifs aux taux créditeurs et débiteurs des différents agents (*Tableau VIII*).

**Tableau VIII.** Résultats relatifs aux taux.

| | Taux créditeurs (1) | Taux débiteurs (2) | col 1 – col 2 | col1/col 2 |
|---|---|---|---|---|
| Organisateur | – | 0 | – | 0 |
| Participant n° 1 | 0 | 16,00 % | – 16,00 % | 0 |
| Participant n° 2 | 1,90 % | 15,00 % | – 13,10 % | 12,70 % |
| Participant n° 3 | 1,65 % | 16,00 % | – 14,35 % | 10,30 % |
| Participant n° 4 | 1,62 % | 11,00 % | – 9,38 % | 14,70 % |
| Participant n° 5 | 1,42 % | 0,00 % | + 1,42 % | ∞ |

***Caractéristiques des taux calculés***

Les résultats obtenus appellent quelques commentaires.

• *En premier lieu*, et cela on pouvait le pressentir en raison notamment de l'absence d'intérêts débiteurs versés par l'organisateur, on constate que les taux prêteurs des participants sont structurellement inférieurs à leurs taux emprunteurs, à l'exception du cas particulier du dernier participant qui n'ayant à aucun moment une position débitrice affiche systématiquement un taux débiteur nul. Pour tous les autres participants le taux créditeur calculé, à partir de l'exemple numérique, ne dépasse pas 15 % du taux débiteur correspondant; le taux créditeur est même nul pour le participant numéro 1 tandis que son taux débiteur est de 16 %[5].

• *En second lieu*, les taux créditeurs tendent à s'amenuiser au fur et à mesure que le participant lève les fonds à une date de plus en plus éloignée par rapport à la date de démarrage de la tontine. L'explication réside ici, toutes choses égales par ailleurs, dans l'allongement de la durée du prêt accordé gracieusement à l'organisateur. En revanche, les taux emprunteurs ne sont pas sensibles au rang du participant dans le calendrier des levées de fonds. Il est assez paradoxal d'observer que le taux de prêt diminue avec la durée de la créance. Certes, on peut justifier cette diminution en disant que les individus qui prêtent sur une plus longue période ont une préférence pour la consommation présente plus faible. Mais il faut également souligner que l'augmentation du rang dans l'ordre des levées accroît le risque pour l'agent et que ce supplément de risque devrait être rémunéré; or cela ne semble pas être le cas.

(5) L'exemple chiffré tiré d'un cas concret développé par T. Pairault (*op. cit.*, 1986) donne des résultats similaires à ceux obtenus avec l'exemple employé ici.

• *En troisième lieu,* le participant de dernier rang et dont la position reste toujours créditrice présente un profil de taux a-typique par rapport aux autres individus : avec un taux créditeur positif et un taux d'emprunt nul il affiche un comportement original qui contraste avec celui observé pour les autres individus.

***Observations critiques***

La démarche d'analyse des taux dans les systèmes tontiniers que nous venons de voir présente un avantage très important : celui de permettre d'expliciter le taux d'intérêt des participants. Mais ce résultat nous paraît être obtenu au prix d'un choix analytique, à savoir la séparation stricte entre la position débitrice d'un agent et sa position créditrice, qui nous semble très difficile à justifier. Selon cette séparation, en effet, on admet implicitement que les agents ont des décisions de prêt et d'emprunt parfaitement indépendantes l'une de l'autre. Or ce postulat ne nous paraît pas défendable et cela pour plusieurs raisons.

• *En premier lieu,* selon la logique financière, on ne saurait admettre que perdure un système dans lequel les taux débiteurs et taux créditeurs sont structurellement divergents : les taux débiteurs relativement élevés devraient tirer à la hausse les taux créditeurs; ou bien, encore, la faiblesse de ces derniers devrait décourager la pratique de taux débiteurs élevés.

• *En deuxième lieu,* les résultats comparés entre taux créditeurs et taux débiteurs portent en eux-mêmes une contradiction. En effet, les taux créditeurs calculés sont relativement faibles. Or simultanément on est conduit à admettre qu'il y a des agents qui acceptent d'emprunter à ces taux relativement très élevés. Accepter cette divergence comme pertinente du comportement des agents revient à dire que les agents sont irrationnels puisque les prêteurs ne prêtent pas au plus offrant et les emprunteurs n'empruntent pas au moindre coût. En fait, on peut douter de la validité de l'hypothèse d'une irrationalité quelconque. Plus vraisemblable est l'explication qui consiste à penser que les agents associent étroitement les opérations de prêt et d'emprunt. Mais, alors, si telle est l'attitude des agents, les taux explicités ne sont plus significatifs.

• *En troisième lieu,* si les taux explicités ne sont pas significatifs des comportements, ils deviennent inutilisables pour les agents dans leur calcul économique. Les taux créditeurs sont sous-estimés en raison de l'épargne forcée non rémunérée imposée par l'organisateur. Quant aux taux débiteurs,

on ne peut affirmer qu'ils sont pertinents si l'on admet que l'emprunt contracté est lié, partiellement ou totalement, à l'opération de prêt réalisée au préalable.

• *Enfin, en quatrième lieu,* comment justifier que l'organisateur ait un taux débiteur nul ? Est-ce en raison des coûts d'organisation qu'il a à supporter ? Si telle est l'explication qui peut être retenue, alors les taux créditeurs qui sont calculés ne sont que des taux monétaires et non plus des taux réels; ce qui en limite la portée.

Les différents arguments que nous venons de voir nous paraissent hypothéquer de manière sensible la portée des taux explicités. Cela dit, il ne doit pas moins exister des éléments qui rende positive la démarche, ces éléments restent, cependant, de nature hypothétique et restent à vérifier.

Envisageons l'hypothèse selon laquelle les agents ont une préférence très élevée pour la consommation présente, mais que parallèlement ils estiment avoir un fort besoin d'encaisse de précaution ou de transaction, soit qu'ils craignent des dépenses aléatoires soit qu'ils prévoient des consommations ponctuelles importantes. Dans ce cas de figure, l'obligation, consentie, d'épargner qu'impose à l'individu son entrée dans la tontine peut être interprétée comme un moyen de satisfaire son besoin d'épargne. L'intérêt servi dans l'opération de prêt qui se trouve lié à l'opération d'épargne de l'agent lui importerait alors fort peu : l'idée étant, qu'en aucun cas, il ne lui serait possible d'obtenir, par ailleurs, le prix que sa préférence pour le présent le conduirait à exiger. A ce stade du raisonnement on aboutit à la déduction qu'un marché de l'argent ne peut exister de manière indépendante : le prêt serait un produit lié à un autre produit, en l'occurrence au service de constitution d'une épargne; le taux créditeur serait alors une valeur résiduelle à laquelle les agents n'attacheraient qu'une attention secondaire.

Il demeure qu'il faut encore concilier la coexistence de taux créditeurs et débiteurs sensiblement divergents. Là aussi on peut avancer un élément explicatif : le déficit chronique de l'épargne. Grâce au système tontinier l'agent peut épargner pour faire face à des besoins de liquidité plus ou moins prévisibles, mais si son épargne reste insuffisante au moment où le besoin de liquidité se produit, l'individu peut alors être contraint de payer un taux d'intérêt relativement élevé. Ce taux lui apparaissant être bien en deçà du taux qu'il aurait à supporter s'il s'adressait à un professionnel du crédit[6].

(6) Les taux pratiqués par les agents qui font profession de prêts aux particuliers sont, en effet, particulièrement élevés.

De plus, la possibilité d'obtenir un prêt auprès d'un organisme bancaire et financier reste bien souvent faible sinon nulle en raison soit de garanties jugées insuffisantes, soit de la complexité d'élaboration et de négociation du dossier, soit, encore, des lenteurs.

En définitive, en partant de l'hypothèse d'une préférence élevée pour la consommation présente, on parviendrait à expliquer les résultats financiers, pour le moins surprenants, qu'on obtient à partir de la difficulté d'épargner, de l'insuffisance chronique de l'épargne et des besoins ponctuels de liquidités particulièrement élevés.

Une dernière remarque relative à la position de l'organisateur. Ce dernier paraît jouir d'une position privilégiée qui peut, sans doute, s'expliquer partiellement par les coûts d'organisation de la tontine. D'autres facteurs doivent, cependant, intervenir qui sont à chercher dans le service rendu à la collectivité. A moins de pouvoir justifier de l'existence de quelques obligations socio-économiques qui forceraient l'adhésion à la tontine des participants.

## Deuxième approche de détermination des taux

Dans cette deuxième approche, nous allons considérer que les opérations de prêt et d'emprunt effectuées par l'agent sont des opérations liées. Selon cette hypothèse, on peut alors évaluer la situation de l'agent soit en se plaçant à la date d'entrée dans le système tontinier, soit à la date de sortie qui est aussi la date d'achèvement de la tontine. La situation à évaluer est représentée par l'ensemble des mouvements de flux financiers que doit assumer l'agent. Par ailleurs, il est envisagé que les agents expriment leur préférence dans un taux d'intérêt et un seul, qui est simultanément leur taux de prêt et d'emprunt et cela pour toute la durée de la tontine.

La détermination des taux d'intérêt des participants revient, donc, dans cette deuxième approche, à expliciter le taux tel que la valeur actualisée de l'ensemble des capitaux versés et reçus au cours de la durée de vie de la tontine soit nulle. Autrement dit, le taux d'intérêt recherché est le taux d'actualisation — $i_j$ — qui annule la somme des montants de capitaux versés et reçus pour chacun des individus $j$.

On pourrait aussi envisager d'expliciter le taux en considérant non plus la valeur actualisée mais la valeur acquise par l'ensemble des flux entrants et sortants; le résultat obtenu serait le même.

Les *Tableaux VI et VII* servent de support à la présentation de cette approche.

Formellement les taux de prêt et d'emprunt des différents participants sont obtenus à partir de la résolution du système d'équations suivant [(0) désigne l'organisateur et (1), (2)... les différents participants] :

$$(0)\quad 0 = +\,nB - \sum_{t=1}^{n} B(1+i_0)^t,$$

$$(1)\quad 0 = -\,B + S_1(1+i_1)^{-1} - \sum_{t=2}^{n} A(1+i_1)^{-t},$$

$$(2)\quad 0 = -\,B - A_1(1+i_2)^{-1} + S_2(1+i_2)^{-2} - \sum_{t=3}^{n} A(1+i_2)^{-t},$$

$$(j)\quad 0 = -\,B - \sum_{t=1}^{j} A_j(1+i_j)^{-j} + S_j(1+i_j)^{-j} - \sum_{t=j+1}^{n} A(1+i_j)^{-t},$$

$$(n)\quad 0 = -\,B - \sum_{t=1}^{n-1} A_j(1+i_n)^{-t} + S_n(1+i_n)^{-n},$$

avec $i_0 = 0$.

Appliqué à l'exemple numérique, le calcul des taux d'intérêt revient à calculer les taux qui sont la solution aux équations suivantes :

$$(0)\quad 0 = +\,25\,000 - \sum_{t=1}^{5} 5\,000\,(1+j_0)^t,$$

$$(1)\quad 0 = -\,5\,000 + 6\,400\,(1+i_1)^{-1} - \sum_{t=2}^{5} 500\,(1+i_1)^{-t},$$

$$(2)\quad 0 = -\,5\,000 - 350\,(1+i_2)^{-1} + 6\,640\,(1+i_2)^{-2} - \sum_{t=3}^{5} 500\,(1+i_2)^{-t},$$

$$(3)\quad 0 = -\,5\,000 - 350\,(1+i_3)^{-1} - 380\,(1+i_3)^{-2} + 6\,800\,(1+i_3)^{-3} - \sum_{t=4}^{5} 500\,(1+i_3)^{-t},$$

$$(4)\quad 0 = -\,5\,000 - 350\,(1+i_4)^{-1} - 380\,(1+i_4)^{-2} - 400\,(1+i_4)^{-3} + 6\,950\,(1+i_4)^{-4} - 500\,(1+i_4)^{-5},$$

$$(5)\quad 0 = -\,5\,000 - 350\,(1+i_5)^{-1} - 380\,(1+i_5)^{-2} - 400\,(1+i_5)^{-3} - 450\,(1+i_5)^{-4} + 7\,000\,(1+i_5)^{-5}$$

A l'observation du système d'équations posées nous constatons que seules les équations (O) et (*n*) correspondant respectivement aux situations de l'organisateur et du participant qui lève le dernier la tontine, ont une solution simple : le taux de l'organisateur est nul, le taux du dernier participant est

positif. Les autres équations relatives aux individus 1, 2... à ($n$-1) n'ont pas de solution unique : le taux d'intérêt peut prendre plusieurs valeurs positives. Il apparaît donc qu'il y a indétermination dans le taux d'actualisation correspondant à chacun de ces ($n$-1) participants.

Ainsi, si on considère que les deux opérations, de prêt et d'emprunt, sont dépendantes l'une de l'autre, et qu'on les analyse comme telles, il devient impossible d'expliciter le taux d'intérêt des agents. Selon cette approche il ne serait donc pas possible de révéler le prix du temps et celui de la préférence de la consommation immédiate sur la consommation future. Il s'agit là d'un résultat pour le moins gênant par rapport aux besoins du calcul économique des agents, notamment lorsqu'ils utilisent le système tontinier à des fins commerciales et/ou industrielles.

A défaut de pouvoir expliciter un taux, on peut envisager d'analyser, d'un point de vue pratique, la décision des participants comme une décision d'investissement en considérant que le taux est choisi *a priori*. La décision qui peut être, ainsi, analysée est la décision d'entrer ou de ne pas entrer dans la tontine pour un individu. Après avoir anticipé l'ensemble des flux financiers, entrants et sortants, l'individu ne déciderait de participer à la tontine que tout autant que la valeur nette actualisée de l'ensemble des flux prévus, au taux d'actualisation prédéterminé, serait positive ou nulle.

On peut admettre que le choix du taux soit conditionné par plusieurs variables qui décrivent sa situation économique et sociale à un moment donné.

- Le besoin, sinon la volonté, de l'individu à épargner, l'individu connaissant et prévoyant des besoins futurs de liquidité. Cette variable est strictement personnelle et relève de la structure de consommation (ou d'investissement de l'individu).

- La capacité de l'individu à épargner; variable objective qui dépend des revenus disponibles de l'agent.

- La période à laquelle il souhaite pouvoir disposer des fonds et du prix (enchère) maximum qu'il acceptera de payer pour être *a priori* à même de l'emporter à la période choisie. Cette variable est bien sûr dépendante des autres agents ainsi que des opportunités que ces derniers peuvent avoir et qui influencent leurs comportements face à la procédure de levée de la tontine.

Seules les deux premières variables sont sous le contrôle de l'agent. La dernière est plus incertaine car contingente par rapport à l'attitude des autres participants; l'incertitude dans la décision lui est étroitement liée. Cette incertitude peut apparaître d'autant plus importante que l'agent souhaitera

lever rapidement la tontine. *A contrario*, moins l'individu est pressé de lever les fonds, plus il peut réduire l'incertitude qui caractérise ses prévisions de flux. Ce phénomène peut contribuer à expliquer la contradiction apparente selon laquelle plus les individus prêtent à plus long terme plus leur taux paraît faible[7]. De fait, les individus pourraient prêter à taux plus faible car ils pourraient mieux anticiper *a priori* leurs flux financiers et donc mieux maîtriser leur décision d'entrer ou non dans une tontine. Par ailleurs, leur moindre besoin en liquidité qu'implique une levée tardive de la tontine devrait leur permettre d'éviter d'avoir à payer des intérêts débiteurs qu'ils jugeraient, *a priori*, trop élevés.

On observera, pour terminer, que cette démarche d'évaluation de la valeur actualisée, avec fixation *a priori* d'un taux, est strictement normative. Elle contribue en cela à résoudre le problème du calcul économique de l'agent. Mais elle n'est d'aucun usage pour prédire les taux de prêt et d'emprunt des agents.

## Conclusion

Les résultats analytiques que l'on obtient lorsqu'on examine les systèmes tontiniers selon la logique financière montrent qu'il est en définitive très délicat d'expliquer comment la variable temps est prise en compte et comment les agents l'intègrent dans leurs comportements et leurs décisions.

Cela ne va pas sans poser quelques questions si l'on envisage la possibilité d'une généralisation réglementée du système à des fins d'instrument de financement de l'activité économique. Les problèmes qui ont été soulevés posent, de ce point de vue, une question de fond : peut-on financer l'accumulation des capacités productives à partir d'un système de prêt et d'emprunt dans lequel l'évaluation de la variable temps est, sinon impossible, du moins très complexe ? Comme nous l'avons vu, en effet, elle ne peut que s'appuyer sur des hypothèses et des postulats discutables, qui peuvent en limiter la portée.

Il nous semble, en effet, irréaliste de penser qu'on puisse favoriser le développement d'un système de financement, au service notamment de l'investissement industriel et commercial, tant qu'on n'en maîtrise pas les mécanismes de régulation et les conditions d'équilibre. Cela dit, ces conditions d'équilibre doivent bien exister puisque, en perdurant, les systèmes tontiniers n'ont plus à démontrer leur utilité économique et sociale.

---

(7) Cf. l'observation faite *supra* pp. 257-262.